令和８年度入学者選抜学力検査問題（前期日程）

数　　学

Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B・C

（医学部医学科）

（注　意）

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は４ページ，解答用紙は４枚である。
   指示があってから確認し，乱丁，落丁，印刷不鮮明の箇所等がある場合は，ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定の箇所に記入すること。
   解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分を使用することができる。
4. **解答用紙は持ち帰ってはならないが**，問題冊子は必ず持ち帰ること。

〔Ⅰ〕 曲線 $y = e^{2x} - 1\ (x \geqq 0)$ を y 軸のまわりに一回転してできる容器がある。この容器に毎分 $a\pi$ の割合で水を注ぐ(a は正の定数)。t 分後の水面の高さを $y(t)$，水面の面積を $S(t)$ とする。水面の高さが b に達したとき，以下の問いに答えよ。

(1) 水面の上昇する速さを a，b を用いて表せ。

(2) 水面の面積が増加する速さを a，b を用いて表せ。

〔Ⅱ〕 原点をOとする座標平面上に，自然数 n に対して点 P_n を次のように定める。

・点 P_1 の座標は $(1, 1)$ である。

・$n \geqq 2$ に対して，点 P_n の座標 (x_n, y_n) は，

$$\begin{cases} x_n = x_{n-1} + \dfrac{1}{2^{n-1}} \\ y_n = y_{n-1} + \dfrac{2}{2^{n-1}} \end{cases}$$

を満たす。

以下の問いに答えよ。

(1) 点 P_n の座標 (x_n, y_n) の一般項を求めよ。

(2) $x_n > 1.5$ となる最小の n を求めよ。

(3) 点 P_n の位置ベクトルを $\overrightarrow{p_n}$ とするとき，n を用いて内積 $\overrightarrow{p_1} \cdot \overrightarrow{p_n}$ を表し，極限値 $\lim\limits_{n \to \infty} \overrightarrow{p_1} \cdot \overrightarrow{p_n}$ を求めよ。

(4) 点 P_n から直線 $y = x$ までの距離を d_n とする。極限値 $\lim\limits_{n \to \infty} d_n$ を求めよ。

〔Ⅲ〕 定数 α, β は複素数とする。以下の問いに答えよ。

(1) 複素数 z に対して実数 A を

$$A = |z|^2 + |1 - \alpha z|^2$$

で定める。z が複素数全体の集合を動くとき，A の最小値とそのときの z を，α を用いて表せ。

(2) 複素数 z に対して実数 B を

$$B = |z|^2 + |1 - \alpha z|^2 + |1 - \beta z|^2$$

で定める。z が複素数全体の集合を動くとき，B の最小値とそのときの z を，α, β を用いて表せ。

〔Ⅳ〕 原点をOとする座標平面上の曲線$C : y = \dfrac{1}{x}\,(x > 0)$を考える。正の実数$a$，$b\,(a \neq b)$に対し，$C$上の2点$\mathrm{A}\left(a,\ \dfrac{1}{a}\right)$，$\mathrm{B}\left(b,\ \dfrac{1}{b}\right)$をとる。以下の問いに答えよ。

(1) △AOBの面積をa，bを用いて表せ。

(2) $\dfrac{\pi}{4} < \theta < \dfrac{5\pi}{4}$を満たす実数$\theta$により，$a$，$b$がそれぞれ

$$a = \cos\theta + \sqrt{2},\quad b = \sin\theta + \sqrt{2}$$

で定められるとき，△AOBの面積を$f(\theta)$とおく。

関数$f(\theta)$の最大値と，そのときのθの値を求めよ。