

令和7年度入学者選抜学力検査問題(後期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B ・ C

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は4ページ、解答用紙は4枚である。
指示があってから確認し、乱丁、落丁、印刷不鮮明の箇所等がある場合は、ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定の箇所に記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は、裏面の下半分を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが、問題冊子は必ず持ち帰ること。

〔 I 〕 複素数平面上に 4 点 $A(2)$, $B(-i)$, $C(-1+i)$, $D(1+2i)$ がある。以下の問いに答えよ。

- (1) $\angle ACB$ の大きさを求めよ。
- (2) 四角形 $ABCD$ は、円に内接することを示せ。

〔Ⅱ〕 自然数 $n = 1, 2, \dots$ に対し, 関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = \sum_{k=1}^n kx^{k-1} = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}$$

により定める。以下の問いに答えよ。

(1) $x \neq 1$ のとき, $f_n(x)$ を求めよ。

(2) $|x| < 1$ のとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ を求めよ。ただし, 必要ならば次の事実を用いてよい。

$$0 < a < 1 \text{ ならば } \lim_{n \rightarrow \infty} na^n = 0$$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{25^n}$ を求めよ。

〔Ⅲ〕 正の定数 a に対して、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{e^{ax}}{e^{ax} + 1}$$

と定める。以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ は増加関数であることを示せ。
- (2) 極限值 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ および $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ を求めよ。
- (3) $f'(x) = af(x) \{1 - f(x)\}$ が成り立つことを示せ。
- (4) 曲線 $y = f(x)$ の変曲点を求めよ。

〔IV〕 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \int_x^{x+1} \frac{2t}{t^2 + 2} dt$$

と定める。以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ を求めよ。
- (2) 極限值 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ および $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ を求めよ。
- (3) 関数 $f(x)$ の最大値および最小値を求めよ。