

令和6年度入学者選抜学力検査問題(後期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は4ページ，解答用紙は4枚である。
指示があってから確認し，乱丁，落丁，印刷不鮮明の箇所等がある場合は，ただちに試験監督者に申し出ること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定の箇所に記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち帰ること。

〔I〕 以下の問いに答えよ。

- (1) 次の式を因数分解せよ。

$$x^2 + 111x + 2024$$

- (2) 正の整数 a, b が $a < b < 7$ を満たすとき, 方程式 $x^2 + ax + b = 0$ は, $x = -2, -3$ 以外の実数解をもたないことを示せ。

〔Ⅱ〕 座標空間内の3点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 1, -1)$, $B(0, 3, -2)$ を通る平面を α とするとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 三角形 OAB の面積を求めよ。
- (2) 平面 α に垂直なベクトルのうち, 長さが1であるものを求めよ。
- (3) 空間内で3点 O , A , B から等しい距離にある点 P の y 座標を t とするとき, 点 P の x 座標および z 座標を t を用いて表せ。
- (4) 三角形 OAB の外心の座標を求めよ。

〔Ⅲ〕 自然数 n , および $a \neq 0$ かつ $a \neq -1$ を満たす定数 a に対し, 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n-1} \sin \frac{\pi}{2} x - \cos \pi x}{x^{2n} + a}$$

により定めるとき, 関数 $f(x)$ がすべての実数 x で連続となるような a の値を求めよ。

〔IV〕 自然数 n に対し，定積分 A_n を

$$A_n = \int_0^{n\pi} |x \sin x| dx$$

とおく。以下の問いに答えよ。

- (1) 不定積分 $\int x \sin x dx$ を求めよ。
- (2) A_1, A_2 を求めよ。
- (3) $A_{n+1} - A_n$ を， n を用いて表せ。
- (4) 定積分 A_n を求めよ。