

鳥取大学

令和5年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数	学
---	---

I · II · A · B

(地域学部・農学部)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は4ページ、解答用紙は4枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は、裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが、問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔I〕 以下の問いに答えよ。

(1) 自然数 x, y が, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$, $x > y$ を満たすとき, y の値の範囲を求め, x, y の組合せをすべて求めよ。

(2) 自然数 x, y, z が, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2}$, $x > y > z$ を満たすとき, z の値の範囲を求め, x, y, z の組合せをすべて求めよ。

〔Ⅱ〕 $\triangle ABC$ において、 $\angle A = 60^\circ$ 、 $AB = 8$ 、 $AC = 6$ とする。 $\triangle ABC$ の垂心をHとすると、 \overrightarrow{AH} を \overrightarrow{AB} 、 \overrightarrow{AC} を用いて表せ。

〔Ⅲ〕 箱 A の中に赤球 6 個と白球 n 個の合計 $n + 6$ 個の球が入っている。箱 B の中に白球 4 個の球が入っている。ただし、 n は自然数とし、球はすべて同じ確率で取り出されるものとする。以下の問いに答えよ。

(1) 箱 A から同時に 2 個の球を取り出すとき、赤球が 1 個と白球が 1 個取り出される確率を p_n とする。 p_n が最大となる n と、そのときの p_n の値を求めよ。

(2) (1) で取り出した 2 個の球を箱 B に入れ、よくかき混ぜた後で箱 B から同時に 2 個の球を取り出すとき、赤球が 1 個と白球が 1 個取り出される確率を q_n とする。 $q_n < \frac{1}{3}$ となる n の最小値を求めよ。

[IV] $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ である θ が $\cos \theta + \cos 2\theta + \cos 3\theta + \cos 4\theta = 0$ を満たすとき、以下の問いに答えよ。

(1) $\cos \theta$ の値を求めよ。

(2) n を自然数とすると、次の恒等式が成り立つことを示せ。

$$\alpha^{n+2} + \beta^{n+2} = (\alpha^{n+1} + \beta^{n+1})(\alpha + \beta) - \alpha\beta(\alpha^n + \beta^n)$$

(3) (1)で求めた $\cos \theta$ に対して、数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = (2 \cos \theta)^n + (1 - 2 \cos \theta)^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。このとき、 a_{n+2} を a_{n+1} と a_n を用いて表せ。

(4) (3)で定めた数列 $\{a_n\}$ について、 $(-1)^n \{a_n a_{n+2} - (a_{n+1})^2\}$ は n によらない定数であることを数学的帰納法を用いて示せ。

鳥取大学

(板書用 (試験中))

問題訂正

科目：数学 時間：12時00分開始

<問題訂正>

数学 (地域学部・農学部)

3ページ 問題 [Ⅲ] (2)

問題文 1行目

(誤) (1) で取り出した2個の球を箱 B に入れ . . .

(正) 箱 A から同時に2個の球を取り出し箱 B に入れ . . .