

令和5年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

理 科

物理基礎・物理

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は8ページ、解答用紙は4枚である。指示があってから確認すること。
3. 解答用紙の指定のところに解答のみを記入すること。問題文に指示のない限り、導出過程は必要ない。
4. 計算その他を試みる場合は、問題冊子の余白を利用すること。
5. 解答用紙は持ち帰ってはならないが、問題冊子は必ず持ち帰ること。

〔I〕

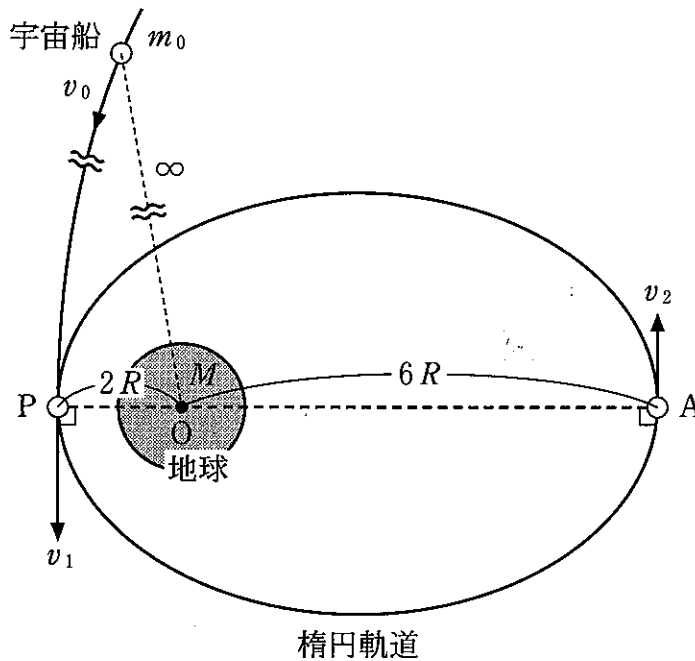


図 I

図 I に示すように、無限遠で速度 v_0 [m/s] を持つ質量 m_0 [kg] の宇宙船が、ある軌道をたどって地球に近づいている。宇宙船は、地球の万有引力の影響を受け、点 P に到達した時に、速度 $v_1 = 2v_0$ となった。点 P と地球の中心の点 O の距離は、地球半径 R [m] の 2 倍であり、線分 PO と速度 v_1 は直交していた。地球の万有引力定数を G [$\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$]、質量を M [kg] とする。なお、宇宙船は、地球と衝突しないものとし、地球の公転と自転も無視する。以下の問いに答えよ。

- (1) v_0 を G , M , R を用いて表せ。
- (2) 点 P において、宇宙船は、質量 m_p [kg] の燃料ガスを進行方向と同じ向きに瞬時に噴射し(逆噴射)、速度 $v_1 (= 2v_0)$ から v_1' [m/s] に減速した。燃料ガスの噴射速度は、噴射直後の宇宙船の速度 v_1' に対して、相対速度 v_0 とする。 v_1' を v_0 , m_p , m_0 を用いて表せ。

- (3) 点 P での燃料ガス噴射後(宇宙船の速度は v_1' に変化済), 宇宙船は, 点 P と点 A を通る楕円軌道(線分 PA は楕円の長軸にあたる)に遷移し, 点 A での速度は v_2 [m/s] だった。点 A と点 O の距離は $6R$ であり, 線分 AO と速度 v_2 は直交する。楕円軌道において, 点 P と点 A での面積速度*が一定の法則(ケプラーの第二法則)を利用して, 速度比 v_2/v_1' を数値(分数)で表せ。

※面積速度：地球中心点 O と宇宙船を結ぶ線分の長さを r [m], 宇宙船の速度を v [m/s], 線分と速度がなす角を θ [rad] とすると, 面積速度は $\frac{1}{2}rv \sin \theta$ と表せる。

- (4) 楕円軌道上の点 P と点 A の間で成り立つ力学的エネルギーの保存と, (3)で導いた速度比 v_2/v_1' を利用して, v_1' を G, M, R を用いて表せ。
- (5) (1)と(4)で導いた v_0 と v_1' , および(2)で導いた v_1' と v_0, m_p, m_0 の関係を利用して, 初めの宇宙船の質量に対する燃料ガスの質量の比 m_p/m_0 を数値(分数)で表せ。

〔Ⅱ〕

図Ⅱのように断熱壁でできた断面積 $S[\text{m}^2]$ のシリンダーⅠの下に断面積 $2S$ のシリンダーⅡが結合されており、下向きに重力加速度 $g[\text{m/s}^2]$ がかかっている。シリンダーⅠは大気(圧力 $P_0[\text{Pa}]$ 、温度 $T_0[\text{K}]$)に開放されている。シリンダーⅡは断熱のなめらかに動くピストンで上下に仕切られており、ピストン下方の空間は密閉されている。また、ピストン下方の空間には 2 mol の単原子分子理想気体(温度 T_0)が閉じ込められており、設置されたヒーターにより気体に熱量を与えることができる。気体定数を $R[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]$ 、単原子分子の定積モル比熱 C_v を $3R/2[\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})]$ 、比熱比を γ とする。

最初の状態(状態Ⅰ, 図Ⅱ)のシリンダーⅡの底面からピストンまでの高さを $L[\text{m}]$ とし、ピストンの重量やヒーターの大きさは無視できるものとする。以下の問いに答えよ。

- (1) シリンダーⅠから質量 $M[\text{kg}]$ 、密度 $\rho[\text{kg/m}^3]$ の液体を注ぎ入れると、ピストンの高さは $L/2$ になった(状態Ⅱ, 図Ⅱ)。このときのピストン下方の密閉された気体の圧力 $P_1[\text{Pa}]$ と温度 $T_1[\text{K}]$ を、 g, M, P_0, S, T_0 のいずれかを用いて表せ。
- (2) ヒーターでピストン下方の密閉された気体に熱を与えたところ、ピストンの高さは L になった(状態Ⅲ, 図Ⅱ)。このとき、ピストン下方の密閉された気体がした仕事 $W[\text{J}]$ と内部エネルギーの変化 $\Delta U[\text{J}]$ を、 L, P_1, R, S, T_1 のいずれかを用いて表せ。
- (3) 熱力学第一法則より、気体がヒーターから吸収した熱量 $Q[\text{J}]$ を、 L, P_1, R, S, T_1 のいずれかもしくは全てを用いて表せ。
- (4) シリンダーⅠからさらに液体を注ぎ入れると、ピストンの高さは $L/2$ になった(状態Ⅳ, 図Ⅱ)。このときのピストン下方の密閉された気体の圧力 $P_2[\text{Pa}]$ と温度 $T_2[\text{K}]$ を、 γ, L, P_1, R, S のいずれかを用いて示せ。
- (5) 状態Ⅳの液面の高さは状態Ⅱの液面より $l[\text{m}]$ 高くなった。 l を、 γ, ρ, g, P_1 を用いて表せ。

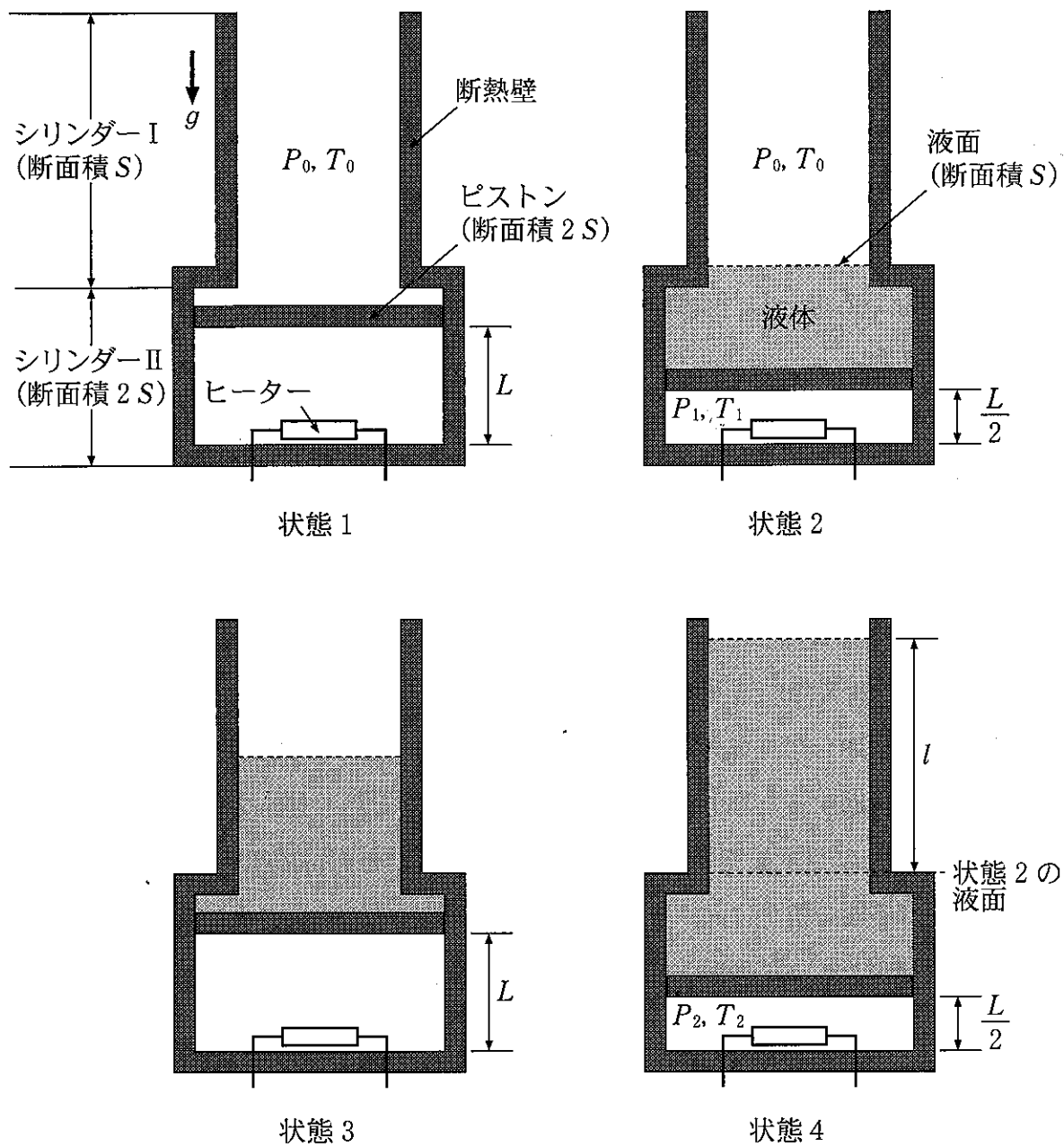
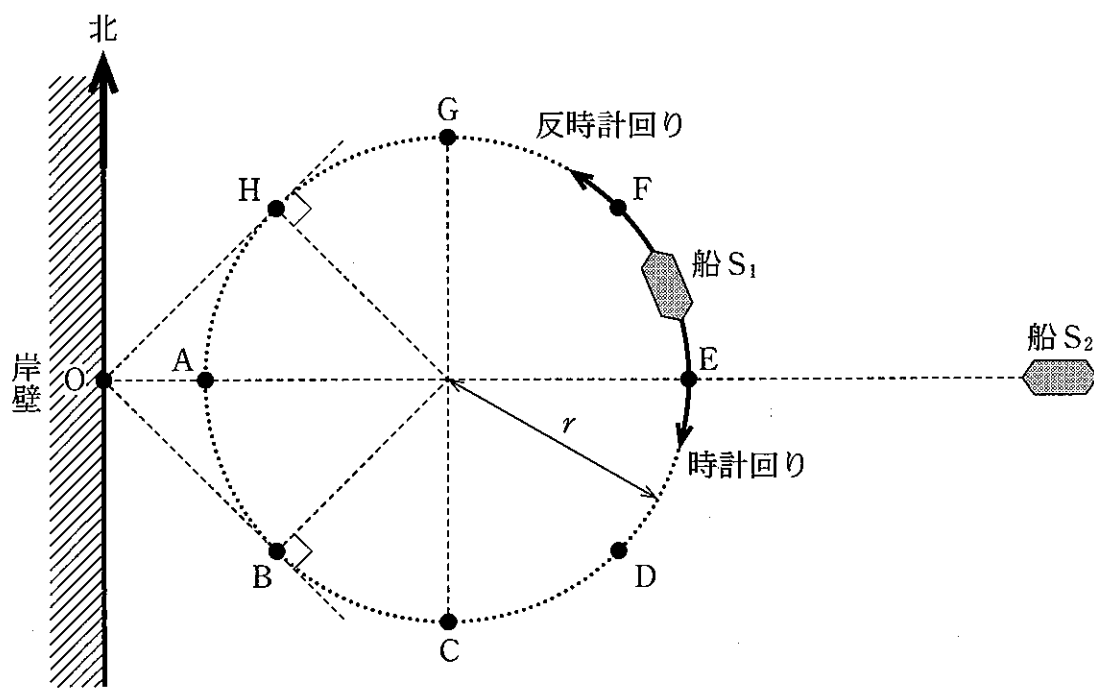


図 II

〔Ⅲ〕

図Ⅲに示すように、船 S_1 が振動数 f_1 [Hz] の汽笛を鳴らしながら、速さ v_1 [m/s] で等速円運動(円の半径 r) をして旋回している。図中の A~H 点は円周上に等間隔で配置されており、岸壁と線分 CG は互いに平行(南北方向)である。岸壁の O 点には観測者がおり、O 点、A 点、E 点は同一直線上にある。風は吹いていないものとし、空気中の音の速さは V [m/s] とする ($v_1 < V$)。以下の問いに答えよ。

- (1) 岸壁の O 点で観測者が聞く旋回中の船 S_1 の汽笛の振動数が、B 点で最大値 (f_{\max} [Hz])、H 点で最小値 (f_{\min} [Hz]) となった。船 S_1 は時計回り、反時計回りのどちらの方向に旋回しているか答えよ。
- (2) 観測者が O 点で最大の振動数 f_{\max} [Hz] を観測してから最小の振動数 f_{\min} [Hz] を観測するまでに要する時間 T [s] を v_1 , r , 円周率 π を用いて表せ。
- (3) O 点において、音のドップラー効果が起こらないのは、船 S_1 が A~H のどの点を通過するときか、記号ですべて答えよ。また、ドップラー効果が起こらない時に O 点で観測者が観測する振動数 f [Hz] と汽笛の振動数 f_1 [Hz] との関係を解答欄の指示に従って答えよ。
- (4) 観測者が O 点で観測する最大の振動数 f_{\max} [Hz] を f_1 , v_1 , V を用いて表せ。
- (5) 船 S_1 は旋回後、E 点から岸壁に対して垂直(東向き)に速さ v_1' ($< V$) [m/s] で遠ざかっていった。船 S_1 の前方には船 S_2 が静止している。このとき、O 点の観測者には、船 S_1 から直接聞こえる汽笛と船 S_2 で反射した汽笛が重なって、汽笛の大きさが周期的に変化して聞こえた。この現象を何と呼ぶか答えよ。また、1 秒当たりのこの現象の回数 n を f_1 , v_1' , V を用いて表せ。ただし、観測者(O 点)、船 S_1 , 船 S_2 は一直線上にあり、東向きを正の向きとする。

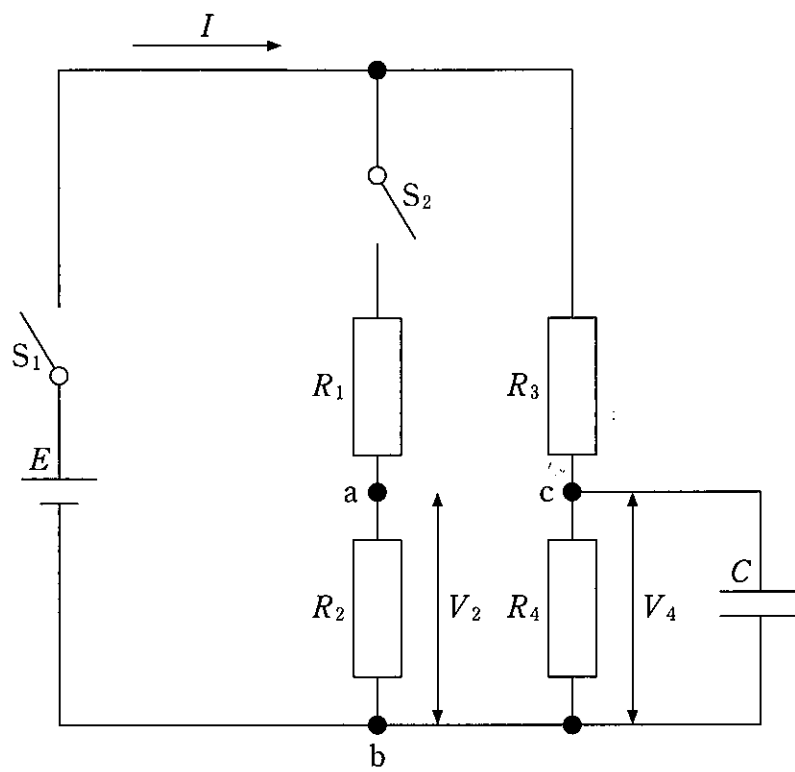


図Ⅲ

(IV)

図IVに示す回路は、抵抗値 $R_1[\Omega]$ から抵抗値 $R_4[\Omega]$ までの四つの抵抗、電気容量 $C[F]$ の一つのコンデンサー、二つのスイッチ S_1, S_2 、内部抵抗が無視できる起電力 $E[V]$ の電池一つで構成される。初期状態は、スイッチ S_1, S_2 は開いており、コンデンサーには電荷が蓄えられていないものとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 初期状態から S_1 を閉じた直後の回路全体を流れる電流 $I[A]$ と、 S_1 を閉じてから十分に時間が経過した後の回路全体を流れる電流 $I[A]$ を、 R_1, R_2, R_3, R_4, C, E のいずれかを用いて、それぞれ表せ。
- (2) 初期状態から S_1 と S_2 をともに閉じて十分に時間が経過した後の全体を流れる電流 $I[A]$ を、 R_1, R_2, R_3, R_4, C, E のいずれかを用いて表せ。
- (3) (2)で示した回路の状態において、 ab 間の電圧 $V_2[V]$ 、および cb 間の電圧 $V_4[V]$ を、 R_1, R_2, R_3, R_4, C, E のいずれかを用いて、それぞれ表せ。
- (4) (2)で示した回路の状態において、 $R_1 = 2\text{ k}\Omega, R_2 = 3\text{ k}\Omega, R_3 = 4\text{ k}\Omega, R_4 = 5\text{ k}\Omega, E = 9\text{ V}$ として、電位差 $V_2 - V_4$ を求めよ。
- (5) (4)で示した回路の状態において、 $C = 5\text{ }\mu\text{F}$ としたとき、コンデンサーに蓄えられている電気量 $Q[C]$ を求めよ。



图IV