

令和4年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(医学部生命科学科・医学部保健学科・工学部)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は4ページ、解答用紙は4枚である。  
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。  
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は、裏面の下半分  
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが、問題冊子は必ず持ち  
帰ること。

[I]  $n$  は自然数とする。  $a_1 = 1$ ,  $b_1 = 3$ ,  $a_{n+1} = 5a_n + b_n$ ,  $b_{n+1} = a_n + 5b_n$  によって定められている数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  がある。以下の問いに答えよ。

- (1)  $a_2, b_2, a_3, b_3$  を求めよ。
- (2)  $a_n + b_n, a_n - b_n$  の一般項をそれぞれ求めよ。
- (3)  $a_n, b_n$  の一般項をそれぞれ求めよ。

〔Ⅱ〕  $i$  を虚数単位とし,  $k$  を実数とする。

$\alpha = -1 + i$  であり, 点  $z$  は複素数平面上で原点を中心とする単位円上を動く。以下の問いに答えよ。

(1)  $w_1 = \frac{\alpha + z}{i}$  とする。 $w_1$  が描く図形を図示せよ。

(2)  $w_2$  は等式  $w_2 \bar{\alpha} - \overline{w_2} \alpha + ki = 0$  を満たす。 $w_2$  の軌跡が, (1) で求めた  $w_1$  の軌跡と共有点を持つ場合の  $k$  の最大値を求めよ。ただし,  $\bar{\alpha}$ ,  $\overline{w_2}$  はそれぞれ  $\alpha$ ,  $w_2$  の共役複素数である。

〔Ⅲ〕 曲線  $y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) 上に 2 点  $A\left(a, \frac{1}{a}\right)$ ,  $B\left(b, \frac{1}{b}\right)$  をとる。

ただし,  $0 < a < b$  とする。以下の問いに答えよ。

(1)  $a < t < b$  を満たす実数  $t$  に対して点  $T\left(t, \frac{1}{t}\right)$  をとり, 三角形 ATB の面積を  $f(t)$  で表す。関数  $f(t)$  ( $a < t < b$ ) の最大値を  $M$  とするとき,  $f(t) = M$  を満たす  $t$  を  $a, b$  を用いて表せ。

(2)  $a = 1, b = 2$  のとき, (1) で求めた  $f(t)$  の最大値  $M$  を求めよ。

〔IV〕  $xy$  平面上の曲線

$$C: x = f(t), y = g(t) \left( 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

を考える。ただし、 $f(t)$ 、 $g(t)$ は

$$\begin{cases} f(t) = 2 \sin t + \cos 2t - 1 \\ g(t) = 1 - \cos 2t \end{cases}$$

とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $f(t)$ の最大値を求めよ。
- (2) 曲線  $C$  上の点  $(x, y)$  において、 $y = 1$  のときの接線の方程式を求めよ。
- (3) 曲線  $C$  と  $y$  軸で囲まれる領域の面積  $S$  を求めよ。