

令和4年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(医学部医学科)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は4ページ，解答用紙は4枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔I〕 i を虚数単位とし、 k を実数とする。

$\alpha = -1 + i$ であり、点 z は複素数平面上で原点を中心とする単位円上を動く。以下の問いに答えよ。

(1) $w_1 = \frac{\alpha + z}{i}$ とする。 w_1 が描く図形を図示せよ。

(2) w_2 は等式 $w_2 \bar{\alpha} - \overline{w_2} \alpha + ki = 0$ を満たす。 w_2 の軌跡が、(1)で求めた w_1 の軌跡と共有点を持つ場合の k の最大値を求めよ。ただし、 $\bar{\alpha}$ 、 $\overline{w_2}$ はそれぞれ α 、 w_2 の共役複素数である。

〔Ⅱ〕 曲線 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 上に 2 点 $A\left(a, \frac{1}{a}\right)$, $B\left(b, \frac{1}{b}\right)$ をとる。

ただし、 $0 < a < b$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $a < t < b$ を満たす実数 t に対して点 $T\left(t, \frac{1}{t}\right)$ をとり、三角形 ATB の面積を $f(t)$ で表す。関数 $f(t)$ ($a < t < b$) の最大値を M とするとき、 $f(t) = M$ を満たす t を a, b を用いて表せ。
- (2) $a = 1, b = 2$ のとき、(1) で求めた $f(t)$ の最大値 M を求めよ。

〔Ⅲ〕 xy 平面上の曲線

$$C: x = f(t), y = g(t) \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

を考える。ただし、 $f(t)$ 、 $g(t)$ は

$$\begin{cases} f(t) = 2 \sin t + \cos 2t - 1 \\ g(t) = 1 - \cos 2t \end{cases}$$

とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $f(t)$ の最大値を求めよ。
- (2) 曲線 C 上の点 (x, y) において、 $y = 1$ のときの接線の方程式を求めよ。
- (3) 曲線 C と y 軸で囲まれる領域の面積 S を求めよ。

〔Ⅳ〕 各項が正の整数である数列 $\{a_n\}$ が、条件

$$a_1 < a_2 < a_3 < \cdots < a_n < a_{n+1} < \cdots$$

を満たすとき、次の問いに答えよ。

- (1) すべての正整数 n に対し、 $a_n \geq n$ が成り立つことを示せ。
- (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a_n}\right)^2 < 2$ であることを示せ。