

令和 3 年度入学者選抜学力検査問題(後期日程)

数	学
---	---

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

[I] n を $1 \leq n \leq 4$ を満たす整数とする。6 個の数字

$$\{n, n+1, n+2, n+3, n+4, n+5\}$$

から互いに異なる 3 つの数字を取り出して、3 桁の数をつくるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $n = 1$ のときにつくられるすべての 3 桁の数のうち、3 の倍数となるものの個数を求めよ。
- (2) $n = 1, 2, 3, 4$ のときにつくられるすべての 3 桁の数のうち、3 の倍数であるものの個数を重複しないように求めよ。

〔Ⅱ〕 xy 平面上の曲線 $C: y = x^3 - 8$ と $a > 2$ を満たす実数 a に対して、数列 $\{a_n\}$ (n は自然数) を次のように定める。

$n = 1$ のとき $a_1 = a$

$n \geq 2$ のとき a_n は C 上の点 $(a_{n-1}, (a_{n-1})^3 - 8)$ における接線と x 軸との交点の x 座標

このとき、以下の問いに答えよ。

(1) a_2 を、 a_1 を用いて表せ。

(2) 全ての自然数 n について、 $a_n - 2 > 0$ および $a_{n+1} - 2 < \frac{1}{2}(a_n - 2)^2$ が成り立つことを示せ。

(3) $a = 2 + \sqrt{2}$ とする。このとき $n \geq 8$ であれば $a_n - 2 < 10^{-12}$ を満たすことを示せ。必要があれば $\log_{10} 2 = 0.301$ を用いてよい。

〔Ⅲ〕 関数 $f(x) = 1 + x \sin x + \cos x$ について、以下の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ の $0 \leq x \leq 2\pi$ における最大値と最小値を求めよ。

(2) $f(x)$ の不定積分を求めよ。

(3) 次の定積分の値を求めよ。

$$\int_0^{\frac{3}{2}\pi} |f(x)| dx$$

〔IV〕 xy 平面上の曲線

$$C: y = \sqrt{\frac{1-x}{x}} \quad (0 < x \leq 1)$$

と、直線 $y = \sqrt{3}$, x 軸, y 軸で囲まれた領域を, y 軸の周りに 1 回転させてできる回転体の体積を求めよ。