

令和3年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(医学部生命科学科・医学部保健学科・工学部)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は4ページ，解答用紙は4枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔I〕 0以上の整数 n を2進法で表したときに 2^0 の位の値, 2^1 の位の値, ……,
 $2^{D(n)-1}$ の位の値をそれぞれ $b_1, b_2, \dots, b_{D(n)}$ とする。ただし, $D(n)$ は n を
 2進法で表したときの桁数である。このとき

$$a_n = b_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 + b_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + b_{D(n)} \left(\frac{1}{2}\right)^{D(n)}$$

で定義される数列 $\{a_n\}$ を考える。例えば,

$n = 0$ のとき 2進法では0のため

$$a_0 = 0$$

$n = 1$ のとき 2進法では1のため

$$a_1 = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

$n = 2$ のとき 2進法では10のため

$$a_2 = 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 + 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$n = 3$ のとき 2進法では11のため

$$a_3 = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 + 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$n = 4$ のとき 2進法では100のため

$$a_4 = 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^1 + 0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

となる。以下の問いに答えよ。

- (1) a_6, a_7, a_8, a_9 をそれぞれ求めよ。
- (2) $2^k \leq n < 2^{k+1}$ (ただし k は自然数) のとき, a_n を a_{n-2^k} を用いて表せ。
- (3) a_0 から a_{130} までの数列の和 $S_{130} = \sum_{i=0}^{130} a_i$ を求めよ。

〔Ⅱ〕 複素数 ω , z が $|\omega| = \sqrt{3}$, $z = \frac{\omega}{\omega+1}$ を満たすとする。複素数平面上の点 $A(\omega)$, $B(z)$, 原点 O に対し, S を, この 3 点が一直線上にないときは $\triangle OAB$ の面積とし, 一直線上にあるときは 0 と定める。以下の問いに答えよ。

- (1) S を ω , $\bar{\omega}$ を用いて表せ。ただし, $\bar{\omega}$ は ω の共役複素数である。
- (2) S の最大値を求めよ。また, このとき $\triangle OAB$ はどのような三角形か。

〔Ⅲ〕 半径 r の球形の容器に、単位時間あたり a の割合で体積が増えるように水を入れるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 水の深さが h ($0 < h < r$) に達したときの水の体積 V と水面の面積 S をそれぞれ求めよ。
- (2) 水の深さが $\frac{r}{2}$ になったときの水面の上昇する速度 v_1 と水面の面積の増加する速度 v_2 をそれぞれ求めよ。

〔IV〕 A, B は $1 < A < B$ を満たす実数とする。 $A \leq a \leq B$ を満たす実数 a に対し、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = a^x \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

とし、 xy 平面上の曲線 C を

$$C: y = f(x) \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) a が $A \leq a \leq B$ の範囲を動くとき、曲線 C が通過する領域の面積を A, B を用いて表せ。