

令和 2 年度入学者選抜学力検査問題(後期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔I〕 複素数 z が $z + \frac{1}{z} = \sqrt{2}$ を満たすとき、以下の問いに答えよ。

(1) z を極形式で表せ。

(2) $z^{10} + \frac{1}{z^{10}}$ および $z^{99} + \frac{1}{z^{99}}$ の値を求めよ。

〔Ⅱ〕 自然数 m, n ($m < n$) に対して、次の式を満たす m, n の組み合わせを全て求めよ。

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{8}$$

〔Ⅲ〕 a を実数の定数とするとき，方程式 $ae^{-\frac{1}{4}x^2} = x - 4$ の異なる実数解の個数を求めよ。

[IV] n を自然数とし, $f(x)$ を次の式で定義される連続な関数とする。以下の問いに答えよ。

$$f(x) = \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} + ax^3 \cos \pi x}{x^{2n} + x^2} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

- (1) a の値を求めよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。