

令和2年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(医学部医学科)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は4ページ，解答用紙は4枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

[I] 平面上の $\triangle ABC$ において、辺 AB を $1 : 2$ に内分する点を D 、辺 BC を $3 : 2$ に内分する点を E とし、線分 AE と CD の交点を O とする。以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \vec{q}$ とするとき、 \overrightarrow{AO} を \vec{p} 、 \vec{q} を用いて表せ。

(2) 点 O が $\triangle ABC$ の外接円の中心となるとき、3 辺 AB 、 BC 、 CA の長さの 2 乗の比を求めよ。

〔Ⅱ〕 微分可能な x の関数 $f(x)$ が任意の実数 x, y に対して次の関係を満たすとき、以下の問いに答えよ。

$$f(-x) = -f(x)$$

$$\{f(x)\}^2 + \{f'(x)\}^2 = 1$$

$$f'(x+y) = f'(x)f'(y) - f(x)f(y)$$

$$f'(0) = 1$$

- (1) $f(0)$ を求めよ。
- (2) $f'(x)$ は偶関数であることを証明せよ。
- (3) $f'(u) - f'(v) = -2f\left(\frac{u+v}{2}\right)f\left(\frac{u-v}{2}\right)$ を証明せよ。
- (4) $f'(x)$ が微分可能であることを示し、 $f''(x) = -f(x)$ を証明せよ。

〔Ⅲ〕 正の実数 a に対して、半円 $x^2 + (y - a)^2 = a^2$ ($x \geq 0$) がある。この半円に外接しかつ x 軸に接する円の中心を $P(x, f(x))$ とするとき、以下の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) この半円と曲線 $y = f(x)$ 、直線 $x = a$ とに囲まれる図形の面積 S を求めよ。

(3) この半円と曲線 $y = f(x)$ 、直線 $x = a$ とに囲まれる図形が、 x 軸の周りに一回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

[IV] 次の条件で定められる数列を $\{a_n\}$ とする。

$$a_1 = 0, \quad a_{n+1} = \log(a_n + 2) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $\log(x+2) = x$ が 2 個の実数解 b, c ($b < c$) を持つことを示し、 $m \leq b < m+1, n \leq c < n+1$ を満たす整数 m, n を求めよ。ただし、自然対数の底 e について、 $\frac{5}{2} < e < 3$ が成り立つことを用いてよい。
- (2) 実数 s, t が $-2 < s < t$ を満たすとき、 $\frac{\log(t+2) - \log(s+2)}{t-s}$ と $\frac{1}{s+2}$ の大小関係を調べよ。
- (3) c は(1)で定義した数とする。 $\left| \frac{a_{n+1} - c}{a_n - c} \right|$ と $\frac{1}{2}$ の大小関係を調べよ。
- (4) c は(1)で定義した数とする。 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = c$ であることを示せ。