

令和 2 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(医学部生命科学科・医学部保健学科・工学部)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔 I 〕 正の実数 p, q ($p > 1$) と定数 a に対して, 数列 $\{x_n\}$ が

$$x_1 = a, x_{n+1} = \frac{p-1}{p}x_n + q \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められるとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 一般項 x_n を求めよ。
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ を求めよ。
- (3) $p = 10, q = \frac{1}{10}, a = 0$ のとき, x_2, x_3, x_4 を求めよ。
- (4) $p = 10, q = \frac{1}{10}, a = 0$ のとき, $x_n > 0.99$ を満たす最小の自然数 n を求めよ。必要があれば, $\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いてよい。

〔Ⅱ〕 平面上の $\triangle ABC$ において、辺 AB を $1:2$ に内分する点を D 、辺 BC を $3:2$ に内分する点を E とし、線分 AE と CD の交点を O とする。以下の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{q}$ とするとき、 \overrightarrow{AO} を \vec{p} , \vec{q} を用いて表せ。

(2) 点 O が $\triangle ABC$ の外接円の中心となるとき、3辺 AB , BC , CA の長さの2乗の比を求めよ。

〔Ⅲ〕 微分可能な x の関数 $f(x)$ が任意の実数 x, y に対して次の関係を満たすとき、以下の問いに答えよ。

$$f(-x) = -f(x)$$

$$\{f(x)\}^2 + \{f'(x)\}^2 = 1$$

$$f'(x+y) = f'(x)f'(y) - f(x)f(y)$$

$$f'(0) = 1$$

- (1) $f(0)$ を求めよ。
- (2) $f'(x)$ は偶関数であることを証明せよ。
- (3) $f'(u) - f'(v) = -2f\left(\frac{u+v}{2}\right)f\left(\frac{u-v}{2}\right)$ を証明せよ。
- (4) $f'(x)$ が微分可能であることを示し、 $f''(x) = -f(x)$ を証明せよ。

〔IV〕 正の実数 a に対して、半円 $x^2 + (y - a)^2 = a^2$ ($x \geq 0$) がある。この半円に外接しかつ x 軸に接する円の中心を $P(x, f(x))$ とするとき、以下の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) この半円と曲線 $y = f(x)$ 、直線 $x = a$ とに囲まれる図形の面積 S を求めよ。

(3) この半円と曲線 $y = f(x)$ 、直線 $x = a$ とに囲まれる図形が、 x 軸の周りに一回転してできる回転体の体積 V を求めよ。