

平成 30 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数	学
---	---

I ・ II ・ A ・ B

(地域学部・農学部)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

〔Ⅰ〕 以下の問いに答えよ。

- (1) $\sqrt{3}$ は無理数であることを証明せよ。
- (2) 有理数 a, b, c, d に対して, $a + b\sqrt{3} = c + d\sqrt{3}$ ならば, $a = c$ かつ $b = d$ であることを示せ。
- (3) $(a + \sqrt{3})(b + 2\sqrt{3}) = 9 + 5\sqrt{3}$ を満たす有理数 a, b を求めよ。

〔Ⅱ〕 原点を O とする座標空間内の 3 点 $A(-3, -3, 1)$, $B(3, -3, -5)$, $C(-1, 1, 3)$ を頂点とする三角形 ABC において, 点 A から直線 BC に下ろした垂線を AH とする。また, 平面 ABC に垂直なベクトル $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ と同じ向きに, 点 H から距離 d だけ進んだ点を P とする。以下の問いに答えよ。ただし $|\vec{v}| = 1$ とし, $v_1 > 0$ とする。

- (1) $\overrightarrow{OH}$ を求めよ。
- (2) $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ を求めよ。
- (3) $d = 2$ のとき, 三角形 PBC の面積を求めよ。
- (4) 三角形 PBC の面積を S , 三角形 PAB の面積を T , 三角形 PAC の面積を U とする。 $S^2 = T^2 - U^2$ となる d を求めよ。

〔Ⅲ〕 整数 n に対して,

$$x + y + z = n \quad (*)$$

を満たす自然数の組 (x, y, z) について, 以下の問いに答えよ。

- (1) $n = 8$ のとき, $(*)$ を満たす自然数の組 (x, y, z) の個数を求めよ。
- (2) $(*)$ を満たす自然数の組 (x, y, z) の個数を n を用いて表せ。
- (3) $x + y + z \leq n$ を満たす自然数の組 (x, y, z) の個数を n を用いて表せ。

〔Ⅳ〕 曲線 $C: y = -x^2 + b$ について、 C 上の 2 点 $(p, -p^2 + b)$ 、 $(q, -q^2 + b)$ における接線をそれぞれ ℓ 、 m とする。 ℓ と m が直交し、かつ、その交点の y 座標が負であるとき、以下の問いに答えよ。ただし、 b 、 p 、 q は実数で、 $q - p = 2\sqrt{3}$ とする。

- (1) b の満たす条件を求めよ。
- (2) 曲線 C と 2 本の接線 ℓ 、 m で囲まれた部分の面積を A とするとき、 A の値を求めよ。
- (3) x 軸と 2 本の接線 ℓ 、 m で囲まれた部分の面積を B とする。 $A = B$ となるときの b の値を求めよ。