

平成 29 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(医学部医学科)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

[I] 数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。 $a_1 = 1$ とし、自然数 n に対して a_n が定まったとき、曲線 $C_n : y = \frac{1}{a_n} x^2$ 上の点 $P_n(a_n, a_n)$ を通り、点 P_n における曲線 C_n の接線に垂直な直線を ℓ_n とし、 C_n と ℓ_n の共有点のうち、 P_n と異なる点の x 座標を a_{n+1} とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) C_n と ℓ_n で囲まれた部分の面積を A_n とするとき、 $\sum_{k=1}^n A_k$ を求めよ。

〔Ⅱ〕 xy 平面において、 $kx^2 + ky^2 + x - y - 4k + 1 = 0$ で表される円 C があるとき、以下の問いに答えよ。ただし、 k は正の実数とする。

- (1) k の値によらず円 C が通る定点 A, B を求めよ。
- (2) 円 C の中心 D と点 $E(1, 5)$ を結ぶ線分 DE の長さが最小となるときの k の値と、そのときの円 C の半径 r を求めよ。
- (3) k を(2)で求めた値とする。円 C 上の点 Q と点 $E(1, 5)$ を結ぶ線分 QE の中点を P とする。点 Q が円 C 上を動くとき、 $\triangle ABP$ の面積の最大値を求めよ。

〔Ⅲ〕 xy 平面上の曲線 C が

$$|y - 3x - 2x^2| = -(x - 1)(2x - 1)$$

で定められているとき、この曲線 C によって囲まれる図形の面積 S を求めたい。以下の問いに答えよ。

- (1) 曲線 C 上の点の x 座標がとり得る値の範囲を求めよ。
- (2) 面積 S を求めよ。

[IV] $\triangle ABC$ において、点Bから直線ACに下ろした垂線をBQ、点Cから直線ABに下ろした垂線をCPとし、直線BQと直線CPの交点をHとする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1) \overrightarrow{AP} , \overrightarrow{AQ} をそれぞれ \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。
- (2) \overrightarrow{AH} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表し、 \overrightarrow{AH} は \overrightarrow{BC} に直交することを示せ。
- (3) 直線AHと直線BCの交点をRとする。 $a = |\vec{a}|$, $b = |\vec{b}|$, $x = \cos \angle A$ とおくとき、 $|\overrightarrow{AR}|^2$ を a , b , x を用いて表せ。
- (4) $AB \neq AC$ を満たす $\triangle ABC$ において、辺ABおよび辺ACの長さをそれぞれ a , b で一定に保ちながら $\angle A$ の大きさを $0 < \angle A < \pi$ の範囲で動かすとき、 $|\overrightarrow{AR}|^2$ の最大値を求めよ。また、そのとき $\triangle ABC$ はどのような三角形か。