

平成 28 年度入学者選抜学力検査問題(前期日程)

数 学

I ・ II ・ III ・ A ・ B

(医学部生命科学科・工学部・農学部)

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。  
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。  
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分  
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち  
帰ること。

〔 I 〕 数列  $\{a_n\}$  を以下のように定める。

$$1^2, 1^2 + 3^2, 1^2 + 3^2 + 5^2, \dots, 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2, \dots$$

また、数列  $\{b_n\}$  を以下のように定める。

$$2^2, 2^2 + 4^2, 2^2 + 4^2 + 6^2, \dots, 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2, \dots$$

このとき、以下の問いに答えよ。ただし、 $n$  は自然数とする。

- (1) 数列  $\{a_n\}$  の第  $n$  項を  $n$  を用いて表せ。
- (2) 数列  $\{a_n - b_n\}$  の第  $n$  項を  $n$  を用いて表せ。
- (3)  $c_n = a_{n+1} - b_n$  とおくと、 $c_n > 100(n+1)$  となる最小の  $n$  を求めよ。

〔Ⅱ〕  $xy$  平面上に 2 点  $A(0, 1)$ ,  $B(-2, 0)$  と円  $C: x^2 + y^2 - 2y = 0$ , および直線  $l: y = kx + 2k$  がある。ただし,  $k$  は実数とする。

- (1) 点  $A$  と直線  $l$  の距離を  $k$  を用いて表せ。
- (2) 直線  $l$  と円  $C$  が異なる 2 点で交わるように,  $k$  の値の範囲を求めよ。
- (3) 直線  $l$  と円  $C$  が異なる 2 点  $P, Q$  で交わるとする。線分  $PQ$  について,  $PQ = 2\sqrt{k}$  が成り立つとき,  $k$  の値を求めよ。
- (4) (3) で求めた  $k$  に対する直線  $l$  と直線  $AB$  のなす角を  $\theta$  とする。このとき,  $\tan \theta$  の値を求めよ。ただし,  $0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$  とする。

〔Ⅲ〕 実数  $\beta$  は  $\beta > 1$  を満たす定数とする。  $x > 0$  に対し関数  $f(x)$  を  $f(x) = \frac{\log x}{x^\beta}$  で定めるとき、次の問いに答えよ。

(1)  $f(x)$  の増減を調べ、極値を求めよ。

(2)  $a > 1$  を満たす実数  $a$  に対して、  $I(a) = \int_1^a f(x) dx$  とおくとき、  $I(a)$  を求めよ。

〔IV〕 曲線  $C: x^4 - 2xy + y^2 = 0$  に関して、以下の問いに答えよ。

- (1)  $C$  上の点  $(x, y)$  に対して、 $y$  を  $x$  の式で表し、 $x$  の値の取り得る範囲を求めよ。
- (2)  $C$  上の点で、 $x$  座標が最大となる点と、 $y$  座標が最大となる点をそれぞれ求めよ。
- (3)  $C$  で囲まれた図形の面積を求めよ。