

平成 28 年度入学者選抜学力検査問題(後期日程)

数	学
---	---

I ・ II ・ III ・ A ・ B

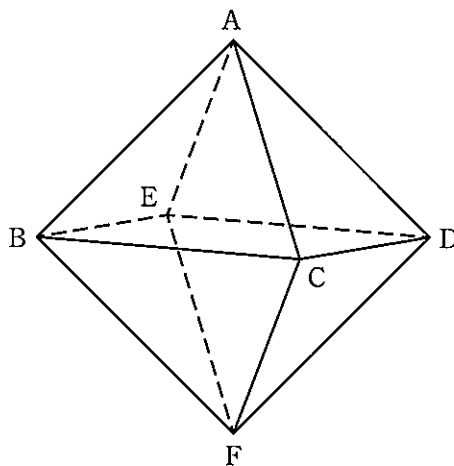
(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は 4 ページ，解答用紙は 4 枚である。
指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分
を使用することができる。
4. 解答用紙は持ち帰ってはならないが，問題冊子は必ず持ち
帰ること。

[I] 関数 $f(x) = |ax^2 + 2x + b|$ について、 $f(x)$ の最小値、およびそのときの x の値を求めよ。ただし、 a, b は実数の定数とする。

〔Ⅱ〕 図のような1辺の長さが1の正八面体ABCDEFの対角線BDと対角線CEの交点をOとする。辺AE, BC上に点P, Qをそれぞれ $\overrightarrow{AP} = s\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BQ} = t\overrightarrow{BC}$ を満たすようにとるとき, 以下の問いに答えよ。ただし, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とし, s, t はそれぞれ $0 \leq s \leq 1$, $0 \leq t \leq 1$ を満たす実数とする。

- (1) \overrightarrow{PQ} を $s, t, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ で表せ。
- (2) $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{AE}$, かつ, $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{BC}$ となるときの s, t の値を求めよ。
- (3) $t = 2s$ を満たしながら s, t が変化するとき, $|\overrightarrow{PQ}|^2$ の最小値を求めよ。



〔Ⅲ〕 次の問いに答えよ。

(1) 0以上の整数 n , 1以上の実数 a に対して, $I_n = \int_1^a x^n e^x dx$ とするとき,

$$I_n + nI_{n-1} = a^n e^a - e \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成立することを示せ。

(2) $x \geq \frac{1}{2}$ で定義される関数

$$f(x) = \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^x \left(\sqrt{t} e^{\sqrt{t}} - \frac{1}{\sqrt{t}} e^{-\sqrt{t}} \right) dt$$

が与えられているとする。曲線 $y = f(x)$ の $1 \leq x \leq 2$ の部分の長さを l とするとき, l を求めよ。

〔IV〕 関数 $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減を調べ、最大値、最小値を求めよ。
- (2) k を $0 < k < 1$ を満たす定数とする。直線 $y = kx$ と曲線 $y = f(x)$ で囲まれる部分の面積を k を用いて表せ。