鳥 取 大 学

平成27年度入学者選抜学力検査問題(後期日程)

数　学

Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・A・B

(注 意)

1. 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は4ページ，解答用紙は4枚である。
   指示があってから確認すること。
3. 解答はすべて解答用紙の指定のところに記入すること。
   解答用紙の表面だけで書ききれない場合は，裏面の下半分を使用することができる。
4. **解答用紙は持ち帰ってはならないが，** 問題冊子は必ず持ち帰ること。

〔Ⅰ〕 原点をOとするxy平面において，x軸上正の部分に点A$(a,\ 0)$が，y軸上正の部分に点C$(0,c)$がある。また，第1象限内で三角形OACの外側に点Bがあり，四角形OABCの面積をTとする。辺AB上の点Pと辺BC上の点Qを，線分PQが対角線ACに平行になるようにとる。AP：PB＝t：$1-t$とするとき，三角形OPQの面積$S(t)$を最大にするtと，そのときの$S(t)$をa，c，Tを用いて表せ。ただし，$0 \leqq t < 1$とし，$t=0$のとき点Pは点Aに一致するものとする。

〔II〕 以下の式で定義される整式の列$\{f_n(x)\}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$について，次の問いに答えよ。

$$f_1(x)=\frac{1}{2}x+2$$

$$x^2f_{n+1}(x)=\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+\int_0^x tf_n(t)\,dt \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

(1) $f_2(x)$，$f_3(x)$を求めよ。

(2) 数学的帰納法を用いて，$f_n(x)$はxの1次式であることを示せ。

(3) $f_n(x)$を求めよ。

〔Ⅲ〕 関数 $y = 4(\sin^3\theta + \cos^3\theta) + 3(\sin\theta + \cos\theta)$ に対して，$x = \sin\theta + \cos\theta$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) y を x の関数で表せ。

(2) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，x のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) $0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，関数 y の最大値と最小値，およびそのときの θ の値を求めよ。

〔Ⅳ〕 原点をOとする xy 平面において，y 軸上の定点を $\mathrm{Q}(0, a)$，x 軸上正の部分を動く点を $\mathrm{P}(t, 0)$，また三角形 OPQ において $\angle\mathrm{OQP} = \theta$ とする。このとき，以下の問いに答えよ。ただし，$a > 0$ とする。

(1) 点Pの x 座標 t を，a および θ を用いて表せ。

(2) 積分 $I(t) = \displaystyle\int_0^t \frac{dx}{a^2 + x^2}$ を a および θ を用いて表せ。

(3) $\displaystyle\lim_{t \to \infty} I(t)$ を求めよ。